С. В. МИКОНИ, Д. П. БУРАКОВ
СПИИРАН, Санкт-Петербург

МНОГОМЕРНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ОТКЛОНЕНИЯ ОТ ЦЕЛИ

Методы многомерного оценивания объектов сведены в систему относительно ограничений задачи выбора, трактуемых частными целями. На основе отношения превосходства (не менее, не более) выделены монотонные функции достижения цели, применяемые для упорядочения объектов. На основе отношения соответствия (равно, принадлежит интервалу) выделены немонотонные функции достижения цели, применяемые в нечёткой классификации объектов.

Показана дополнительность функций отклонения от цели по отношению к функциям достижения цели, что допускает их альтернативное применение. Рекомендованы специфические применения функций отклонения от цели.

Введение. Как при создании, так и при применении объектов любой природы решается задача выбора наиболее перспективного варианта. Современные объекты характеризуются многими десятками показателей. Выбор наилучшего варианта осуществляется на основе упорядочения кандидатов по качеству или техническому уровню [1]. Упорядочение кандидатов выполняется с применением методов многомерной оптимизации (Multi-Attribute Rating Technique, Multi-Attribute Optimization, Multi-Objective Optimization, Multi-Criteria Optimization). В соответствии со своим назначением в англоязычной литературе они называются рейтинговыми методами оценивания в отличие от нерейтинговых методов (Outranking Methods) [2], имеющих ограничение на размерность задачи выбора. Все перечисленные в скобках методы основаны на критериальной оценке каждого показателя с заданием верхней или нижней границы его шкалы в качестве целевого значения. Первому требованию соответствует максимизация ($\to$ max), а второму – минимизация ($\to$ min) показателя. В работе [3] такие цели названы *идеальными*, а отражающие их критерии – *целевыми* критериями по аналогии с *целевой* функцией в задаче математического программирования. Им противопоставлены *реальные* цели с промежуточными значениями на шкале показателей. Критерии, отражающие реальные цели, названы в [3] ограничительными критериями по аналогии с ограничениями $\geq$ и $\leq$ в задаче математического программирования. Методы, выполняющие упорядочение объектов на основе указанных целей, были названы соответственно методами достижения идеальных и реальных целей.

В работе [4] была поставлена под сомнение парадигма многокритериального оценивания, основанная на получении компромисса в достижении частных целей с помощью обобщающих (синтезирующих) функций. Достижению максимальной полезности (ценности) была противопоставлена парадигма достижения поставленной цели (Reference Objective), трактуемой точкой в n-мерном пространстве. Утверждалось, что «любая точка в целевом пространстве, независимо от того, достижима она или нет, идеальна или нет, может использоваться вместо весовых коэффициентов для получения функций, которые имеют минимумы только в точках Парето». В качестве таковой функции был предложен минимаксный критерий частных отклонений от поставленной цели (точки в пространстве).

Очевидно, что принцип оценивания отклонений от цели противоположен принципу их достижения. И, следовательно, они должны быть взаимосвязаны, более того, должны дополнять друг друга. Очевидно также, что принцип достижения максимальной полезности не противоречит достижению поставленной цели. Отсюда возникает задача анализа взаимосвязи подходов, основанных на достижении и отклонении от цели, и определению областей их применения, чему и посвящена настоящая работа.

Оценочные функции. Согласно [3], к оценочным функциям $f_o(y_j)$, областью определения которых является шкала j-го показателя $Y_j = [y_{j,\min}, y_{j,\max}]$, $j = \overline{1,n}$, отнесем следующие функции:

1) ценности v: $Y_j \to [0, 1]$;
2) полезности u: $Y_j \to [-1, 1]$;
3) плановая s: $Y_j \to [0, 200\ \%]$;
4) принадлежности объекта l-му классу по j-му показателю $\mu_l : Y_j \to [0, 1]$, $l = \overline{1,k}$.

Здесь и далее $y_j = f_j(x)$ – значение j-го показателя объекта x. Справа указаны области значений оценочных функций (ОФ). Функции ценности (ФЦ) и полезности (ФП) нормированы относительно шкалы j-го показателя. Область значений плановой функции (ПФ) ограничена сверху двукратным выполнением плана. Относительно невыполнения и перевыполнения плана область значений ПФ также может быть сведена к биполярной абсолютной шкале [–1, 1]. Невыполнению плана $0\% \le s(y_j) < 100\%$ соответствует шкала [–1, 0), а перевыполнению плана $100\% < s(y_j) \le 200\%$ – шкала (0, 1]. Область значений функции принадлежности (ФПр) определена аксиомами нечёткой логики. Каждая ОФ по-своему отображает в область значений Y_j отношение предпочтения на шкале j-го показателя.

С точки зрения достижения поставленной цели, все ОФ подлежат максимизации. Они и различаются между собой, в первую очередь, *способом задания* цели c_j на шкале j-го показателя с помощью критерия, выражаемого через двухместный предикат предпочтения $Pr(y_j, c_j)$. Целевое значение c_j играет роль базы сравнения величины y_j. Значение c_j задаётся либо на границе шкалы показателя ($c_j = y_{j,\max}$, или $c_j = y_{j,\min}$), либо в промежуточной точке шкалы ($y_{j,\min} < c_j < y_{j,\max}$). Устремление к идеальным целям выражается целевыми критериями $y_j \to \max$ и $y_j \to \min$.

Относительно реальной цели применяются следующие виды предпочтения: ≥ (не менее), ≤ (не более), = (равно), ∈[] (принадлежит интервалу). Приближение к цели сопровождается увеличением значения ОФ, а в точке c_j она должна иметь приемлемое значение полезности либо ценности $f_o(c_j) = u^c_j$. Для идеальной цели $u^c_j = 1$, а для реальной цели $0 < u_{j\text{п}} \le 1$.

При неоднородности шкал показателей и однородности предпочтений на всех делениях шкалы мера достижения цели объектом x от границы шкалы оценивается линейной нормирующей функцией. Для предпочтения $y_j \ge c_j$ $f'_{o,\max}(y_j)$ на отрезке $[y_{j,\min}, c_j]$ имеет вид:

$$f'_{o,\max}(y_j) = \frac{y_j - y_{j,\min}}{c_j - y_{j,\min}} + b. \qquad (1)$$

Превышение цели c_j на отрезке $[c_j, y_{j,\max}]$ описывается функцией $f''_{o,\max}(y_j)$:

$$f''_{o,\max}(y_j) = \frac{y_j - c_j}{y_{j,\max} - c_j} + b. \qquad (2)$$

В формуле (1) нижняя граница b функции $f_{o,\max}$ $b = -1$, а формуле (2) $b = 0$. На рис. 1 кусочно-линейная функция $f_{o,\max}(y_j)$ представлена линиями *1′* и *1″*. В [3] нормирующая функция критерия трактуется как линейный вариант функции полезности $u(y_j)$. На рис. 1 $u(c_j)=0$, что согласно [5] соответствует отказу ЛПР от участия в лотерее. Аналогичным образом создаётся вариант ОФ $f_{o,\min}(y_j)$, нормирующей показатель в соответствии с критерием $y_j \le c_j$.

С учётом склонности ЛПР к риску функция $f_{o,\max}(y_j)$ преобразуется в ФП $u'(y_j)$ на отрезке шкалы $[y_{j,\min}, c_j)$ и с учётом несклонности к риску – в ФП $u''(y_j)$ на отрезке шкалы $(c_j, y_{j,\max}]$. Нелинейность формируется возведением функции в соответствующую степень $n \ne 1$. На рис. 1 склонность ЛПР к риску на участке достижения цели представлена выпуклой вниз функцией *2′*, а несклонность ЛПР к риску на участке превышения цели – выпуклой вверх функцией *2″*.

Условием достижения цели $f_o(y_j)=1$ для предпочтения интервального соответствия является $y_j \in [c_{j,\text{н}}, c_{j,\text{в}}]$. Уменьшение степени соответствия цели по мере отдаления значения y_j от границ интервала (влево от $c_{j,\text{н}}$ и вправо от $c_{j,\text{в}}$) описывается формулами (1) и (2) с $b = 0$ и подстановкой этих значений вместо c_j. На рис. 2 они представлены левым (линия *1′*) и правым (линия *1″*) фронтами трапеции. В случае $c_j = c_{j,\text{н}} = c_{j,\text{в}}$ интервальное соответствие превращается в точечное соответствие $y_j = c_j$, а трапеция сводится к треугольнику. Этим функциям соответствуют трапецеидальная и треугольная функции принадлежности классу в нечёткой логике.

Подобно монотонной функции достижения цели (график 1 на рис. 1) немонотонную функцию соответствия цели (график 1 на рис. 2) также можно преобразовать в нелинейную функцию на основе сочетания склонности и несклонности ЛПР к риску (кривые *2′* и *2″* на рис. 2). Изложенные функции реализованы в системе выбора и ранжирования СВИРЬ [6].

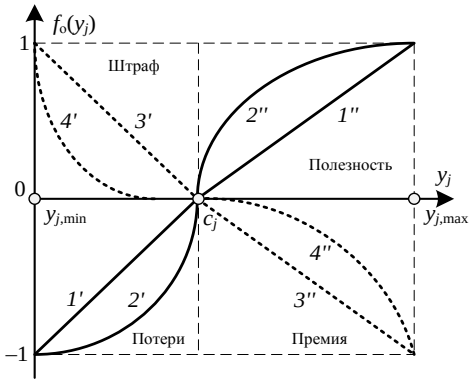

Рис. 1. Функции, реализующие предпочтение $y_j \geq c_j$

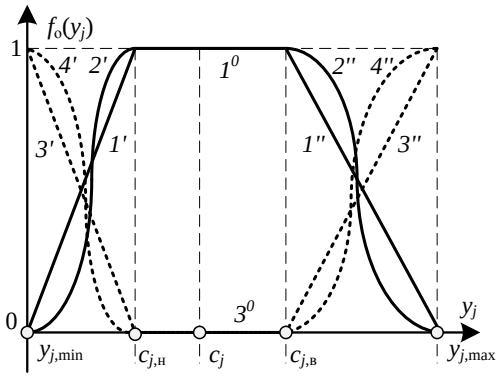

Рис. 2. Функции, реализующие предпочтения $=, \in []$

Функции отклонений. Согласно принципу «от противного» функции отклонения (ФО) дополняют функции достижения и соответствия цели до 1. На рис. 1 и 2 кусочно-линейный (график 3 на рис. 2) и нелинейный (график 4 на рис. 2) варианты функций отклонения, симметричные функциям достижения и соответствия цели, показаны пунктирными линиями. Нелинейные участки функции соответствуют изменению предпочтений на шкале показателя.

Принцип дополнительности позволяет применять ФО для решения задач упорядочения и классификации объектов наряду с функциями достижения и соответствия цели. В [7] было предложено степень недостижимости цели оценивать штрафами, измеряемыми на положительной полуоси графиков. Монотонные функции достижения реальной цели отличаются возможностью превышения цели (перевыполнения плана). Степень превышения цели измеряется областью поощрений на отрицательной полуоси графика (рис. 1).

При трактовке области определения $[c_{j,н}, c_{j,в}]$ немонотонной функции нормой она применима для решения задачи параметрического контроля объекта по многим показателям. Деление области значений ФО на области штрафов и поощрений даёт возможность раздельного упорядочения объектов в этих областях. Упорядочение по штрафам, в частности, позволяет выделять объекты, находящиеся в предотказном состоянии.

Заключение. Трактовка ограничений оптимизационной модели частными целями позволяет перейти от метода условной оптимизации к методу достижения частных, в том числе недостижимых, целей. Приведение шкал показателей к единой абсолютной шкале позволило объединить все оценочные функции в систему. Показано, что в силу дополнительности функций отклонения от цели функциям достижения цели их можно использовать для решения общей задачи. Деление шкалы функций отклонения на области штрафов и поощрений даёт возможность дополнительно решать задачи параметрического контроля объектов и их упорядочения по степени отклонения от цели по штрафам и поощрениям.

Работа проводилась при поддержке грантов РФФИ (проекты № 19-08-00989-а, № 20-08-01046) в рамках бюджетной темы № 0073–2019–0004.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Семенов С.С.** Оценка качества и технического уровня сложных систем. Практика применения экспертных оценок / С.С. Семенов. М. ЛЕНАНД, 2015. 350 с.
2. **Velasquez M., Hester P.T.** An Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methods // International Journal of Operations Research. 2013. Vol. 10, No. 2, P. 56-66.
3. **Микони С.В.** Теория принятия управленческих решений. СПб.: Лань, 2015. 448 с.
4. **Wierzbicki A.P.** The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization. In: G. Fandel and T. Gal, Eds., Multiple Criteria Decision Making Theory and Applications, Springer-Verlag, Berlin, 1980. P. 468-486.
5. **Нейман Д., Моргенштерн О.** Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
6. Система выбора и ранжирования СВИРЬ. URL: http://www.mcd-svir.ru/refer07.html, проверено 12.08.2020.
7. **Mikoni S.V.** Method of choice by approximation to a pattern // Proceedings of Conf. NITE'2000. Minsk: Belarus State Economic University, 2000. P. 156–159.

S. V. Mikoni, D. P. Burakov (St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg)

Multi-Dimensional Object Estimation by its Deviation from Target

The methods of multidimensional estimation of objects are brought into a system with respect to the constraints of the choice problem, interpreted by particular targets. On the basis of the superiority relation (such as “not less”, “not great”), the monotonic functions of achieving the target, used to order objects, are distinguished. On the basis of the correspondence ratio (equal to, belongs to the interval), non-monotonic functions of achieving the target, used in the fuzzy classification of objects, are distinguished. The complementarity of the functions of deviation from the target in relation to the functions of achieving the target is shown, which allows their alternative application. Specific applications of deviation functions are recommended.