

ЛЕ ХОНГ КУАНГ, В. В. ПУТОВ, В. Н. ШЕЛУДЬКО  
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
 «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСТЕПЕННЫМ МЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ С АДАПТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЯ

*В докладе рассматриваются задачи управления многостепенным нелинейным электромеханическим объектом с упругими свойствами и внешним неизвестным возмущением. Неизвестное возмущение представляется в виде выхода линейной автономной модели с неизвестными постоянными параметрами. Для решения задачи адаптивной компенсации возмущения используется адаптивный наблюдатель внешних возмущений. Предлагается семейство алгоритмов нелинейного робастного управления электромеханическим объектом, синтезированных на основе метода адаптивного обхода интегратора и объединенных с адаптивной компенсацией возмущения. Моделирование построенного нелинейного робастного управления с адаптивным наблюдателем возмущения производится с помощью программы MATLAB/Simulink.*

**Введение.** В докладе рассматриваются вопросы построения нелинейной робастной системы управления многостепенным нелинейным электромеханическим объектом с упругими свойствами, эффективной в условиях действия неизмеримых внешних возмущений. Задачи повышения точности адаптивных систем в условиях действия неизмеримых внешних возмущений отвечают реальным потребностям повышения точности управления техническими объектами, поэтому разработка таких систем является одним из актуальных направлений исследований. Начиная с конца прошлого столетия, широкое распространение получили исследования методов огрубления адаптивных и нелинейных алгоритмов управления, обеспечивающих экспоненциальную устойчивость систем при отсутствии внешних возмущений и сохраняющих ограниченность всех сигналов при их воздействии. К таким алгоритмам относятся алгоритмы с так называемой  $\sigma$ -модификацией, а именно, с квазиотрицательной обратной связью, с зоной нечувствительности и с переключением [1–3], а также проекционные алгоритмы (Projection Operator) [4, 5]. В то же время методы огрубления не являются алгоритмами целенаправленного повышения точности адаптивных систем, и в последние десятилетия развиваются методы синтеза адаптивных наблюдателей внешних возмущений, решающих задачи активной компенсации возмущений [2]. Одним из таких подходов является получивший широкое распространение метод внутренней модели, когда в предположении детерминированности возмущений строится так называемый генератор внешнего возмущения, играющий роль встроенного в систему управления наблюдателя возмущения, обеспечивающего задачу его компенсации [2, 6]. Однако компенсация возмущений с помощью наблюдателей осуществима при условии, что известны параметры модели возмущения и объекта управления, что противоречит самой постановке задачи адаптивного управления. Более естественным в постановке таких задач является предположение параметрической неопределенности как генераторов возмущений, так и самих объектов управления. Исследованию возможностей распространения методов внутренней модели на классы неопределенных генераторов возмущений и управляемых объектов посвящены работы [6, 7]. В докладе рассматриваются вопросы применения изложенных в [6, 7] методов построения адаптивных наблюдателей возмущений к задачам управления нелинейным многостепенным упругим электромеханическим объектом, причем к построению семейства нелинейных робастных систем управления динамикой трех моделей многостепенного механического объекта, представленных двух-, четырех- и пятикаскадными структурами, привлекается метод адаптивного обхода интегратора (Adaptive Integrator Backstepping) [1, 5, 8–11].

**Основные обозначения, используемые в последующих разделах доклада**

$R^n$  –  $n$ -мерное вещественное пространство;  $q \in R^n$  – вектор углов вращения звеньев многостепенного объекта;  $\theta \in R^n$  – вектор углов вращения приводных частей звеньев;  $M(q) \in R^{n \times n}$  – функциональная матрица инерции, неособенная, симметричная и положительно определенная для всех  $q$ ;  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  – функциональная матрица кориолисовых и центробежных сил;

$D(q) \in R^n$  – вектор-функция гравитационных сил;  $K_c \in R^{n \times n}$ ;  $J \in R^{n \times n}$  – диагональные числовые матрицы, определяемые коэффициентами упругости трансмиссий и моментами инерции приводных частей;  $d(t) \in R^n$  – вектор неизвестных ограниченных внешних возмущений,  $\|d\| \leq \text{const}$ ;  $\|\cdot\|$  – евклидова норма;  $u_y \in R^n$ ,  $I_y \in R^n$  – векторы напряжений и токов якорных обмоток;  $L_y \in R^{n \times n}$ ,  $R_y \in R^{n \times n}$ ,  $k_M \in R^{n \times n}$ ,  $k_e \in R^{n \times n}$  – диагональные матрицы индуктивностей, активных сопротивлений якорных цепей и постоянных коэффициентов, определяемых конструктивными данными электрических машин;  $e_y \in R^n$  – вектор ЭДС якорных обмоток;  $n$  – число степеней объекта;  $I = k_M I_y$ ;  $L = L_y k_M^{-1}$ ;  $R = R_y k_M^{-1}$ ;  $K = k_e$ ;  $u = u_y$  – синтезируемое управление; предполагается, что объект полностью управляем и наблюдаем, а компоненты векторов  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $I$  доступны измерению; переменные состояния объекта:  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$ ,  $x_3 = \theta$ ,  $x_4 = \dot{\theta}$ ,  $x_5 = I$ ;  $\alpha_i \in R^n$  и  $\alpha_i^c \in R^n$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , виртуальные управления и их отфильтрованные аналоги соответственно [12,13]; новые переменные  $z_1 = x_1 - x_d$ ;  $z_2 = x_2 - \alpha_1^c$ ;  $z_3 = x_3 - \alpha_2^c$ ;  $z_4 = x_4 - \alpha_3^c$ ;  $z_5 = x_5 - \alpha_4^c$ , где  $x_d$  – желаемый сигнал  $x_1$ ; ошибки фильтрации  $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i^c - \alpha_i$ ,  $i = 2, 3, 4$ , произвольные положительно определенные симметричные матрицы  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 \in R^{n \times n}$ .

#### Адаптивный наблюдатель возмущений объекта

Будем рассматривать многостепенный нелинейный механический объект, описываемый векторно-матричным уравнением Лагранжа вида

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = \tau + d(t) \quad (1)$$

Следуя [6, 7], будем считать, что возмущение  $d$  представимо в виде выхода линейного конечномерного генератора

$$\dot{\chi} = W\chi; \quad d = V\chi, \quad (2)$$

где:  $\chi \in R^m$  – вектор состояния генератора;  $W \in R^{m \times m}$ ,  $V \in R^{n \times m}$  – матрицы неизвестных коэффициентов, причем матрица  $W$  имеет все собственные значения, лежащие на мнимой оси; пара  $(W, V)$  является полностью наблюдаемой. Согласно [6,7], вектор неизвестного возмущения  $d$  может быть представлен в виде, применимом в синтезе искомого наблюдателя неизвестного возмущения:

$$\dot{\zeta} = G\zeta + Nd; \quad d = \Theta^T \zeta, \quad (3)$$

где:  $G \in R^{m \times m}$  – произвольная гурвицева матрица;  $\Theta \in R^{m \times n}$  – неизвестная матрица постоянных коэффициентов, вектор состояния  $\zeta \in R^m$  связан с вектором состояния  $\chi \in R^m$  модели (2) соотношением подобия  $\zeta = H\chi$ ,  $H \in R^{m \times m}$  – невырожденная матрица, являющаяся единственным решением матричного уравнения

$$HW - GH = NV,$$

$G, N$  – полностью управляемая пара,  $\Theta = (VH^{-1})^T$ .

Реальный нелинейный наблюдатель для недоступного регрессора  $\zeta$  строится с учетом уравнений объекта (1) следующим образом [6,7,10]:

$$\dot{\hat{\zeta}} = \eta + HM(x_1)x_2, \quad (4)$$

$$\dot{\eta} = G\eta + GHM(x_1)x_2 - HM(x_1)x_2 + H[C(x_1, x_2)x_2 + D(x_1) - K_c(x_3 - x_1)], \quad (5)$$

где:  $\hat{\zeta}$  – оценка вектора  $\zeta$ ;  $\eta$  – вектор состояния вспомогательного динамического фильтра (5).

Неизвестный вектор возмущения  $d$  может быть представлен в виде [6, 7]

$$d = \Theta^T \hat{\zeta} + \varepsilon_d, \quad (6)$$

Отметим, что в рамках рассматриваемой задачи матрицы генератора  $W$  и  $S$  являются неизвестными, и поэтому матрица  $\Theta$  также является неизвестной. Таким образом, неопределенность внешнего возмущения  $d$  сведена к неопределенности постоянной матрицы параметров  $\Theta$  параметризованной модели возмущения (3). Линейно параметризованная регрессионная модель вида (3) с неизвестной матрицей постоянных коэффициентов  $\Theta$  широко распространена в задачах адаптивной идентификации и адаптивного управления, поэтому для компенсации возмущения, представленного в виде (3), могут быть применены известные методы адаптивного управления [1]. Применим метод обхода интегратора к построению адаптивной робастной системы управления многостепенным электромеханическим объектом с компенсацией возмущения [1, 7–10].

**Адаптивный робастный регулятор для жёсткого многостепенного механического объекта с компенсацией возмущения**

Система уравнений объекта (1) может быть приведена к двухкаскадной форме следующего вида:

$$\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - D(x_1) + K_c(x_3 - x_1) + d(t)]. \quad (7)$$

Закон управления объектом (7) с адаптивной компенсацией возмущения может быть представлен в виде

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{x}_d; \\ \tau = -z_1 - c_2 z_2 + M \dot{\alpha}_1^c + C(x_1, x_2)\alpha_1^c + D - \hat{\Theta}^T \hat{\zeta}. \end{cases} \quad (8)$$

Представим адаптивный алгоритм наблюдателя с использованием проекционного оператора (Projection Operator) в виде

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i \text{Proj}(-z_{2,i} \hat{\zeta}, \hat{\theta}_i), i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

где:  $\hat{\theta}_i, i = 1, 2, \dots, n$ , – столбцы оценочной матрицы неизвестных коэффициентов  $\hat{\Theta}$ ;  $\Gamma_i = \Gamma_i^T \in R^{m \times m}$  – симметричные положительно определенные матрицы,  $z_{2,i}, i = 1, \dots, n$ , –  $i$ -й элемент вектора  $z_2$ ,  $\text{Proj}(-z_{2,i} \hat{\zeta}, \hat{\theta}_i)$  – проекционные операторы для столбцов  $\hat{\theta}_i$  оценочной матрицы  $\hat{\Theta}$ , которые подробно описаны в [4] и применены в [10].

**Адаптивный робастный регулятор для многостепенного механического объекта с упругими свойствами**

Дифференциальные уравнения, описывающие движение многостепенного механического объекта с упругими свойствами, имеют вид

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = K_c(\theta - q) + d(t); J\ddot{\theta} + K_c(\theta - q) = \tau \quad (10)$$

Система уравнений объекта (10) может быть приведена к четырехкаскадной форме следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - D(x_1) + K_c(x_3 - x_1) + d(t)]; \\ \dot{x}_3 = x_4; \dot{x}_4 = J^{-1}(\tau + K_c x_1 - K_c x_3) \end{aligned} \quad (11)$$

Закон управления объектом (11) с адаптивной компенсацией возмущения может быть представлен в виде

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{x}_d; \\ \alpha_2 = K_c^{-1}(-z_1 - c_2 z_2 + M \dot{\alpha}_1^c + C(x_1, x_2)\alpha_1^c + D - \hat{\Theta}^T \hat{\zeta} + K_c x_1); \\ \alpha_3 = -c_3 z_3 - K_c z_2 + \dot{\alpha}_2^c; \\ \tau = -c_4 z_4 - z_3 + K_c(x_3 - x_1) + J \dot{\alpha}_3^c. \end{cases} \quad (12)$$

**Адаптивный робастный регулятор многостепенного электромеханического объекта с упругими свойствами**

Дифференциальные уравнения, описывающие движение многостепенного электромеханического объекта с упругими свойствами, имеют вид

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = K_c(\theta - q) + d(t); J\ddot{\theta} + K_c(\theta - q) = k_M I_{\dot{y}}; L_{\dot{y}}\dot{I}_{\dot{y}} = u_{\dot{y}} - k_e \dot{q} - R_{\dot{y}} I_{\dot{y}} \quad (13)$$

Систему уравнений (13) можно переписать в виде:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = K_c(\theta - q) + d(t); J\ddot{\theta} + K_c(\theta - q) = I, L\dot{I} + RI + K\dot{q} = u. \quad (14)$$

Система уравнений объекта (14) может быть приведена к каскадной форме следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - D(x_1) + K_c(x_3 - x_1) + d(t)]; \\ \dot{x}_3 &= x_4; \dot{x}_4 = J^{-1}(x_5 + K_c x_1 - K_c x_3); \dot{x}_5 = L^{-1}(u - Rx_5 - Kx_2). \end{aligned} \quad (15)$$

Закон управления объектом (15) с адаптивной компенсацией возмущения может быть представлен в виде

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{x}_d; \\ \alpha_2 = K_c^{-1}(-z_1 - c_2 z_2 + M\dot{\alpha}_1^c + C(x_1, x_2)\alpha_1^c + D - \hat{\Theta}^T \hat{\zeta} + K_c x_1); \\ \alpha_3 = -c_3 z_3 - K_c z_2 + \dot{\alpha}_2^c; \\ \alpha_4 = -c_4 z_4 - z_3 + K_c(x_3 - x_1) + J\dot{\alpha}_3^c; \\ u = -c_5 z_5 - z_4 + Rx_5 + Kx_2 + L\dot{\alpha}_4^c. \end{cases} \quad (16)$$

Для генерации  $\alpha_i^c$  и  $\dot{\alpha}_i^c$ ,  $\alpha_i, i=2,3,4$ , сигналы  $\alpha_i$  и  $\dot{\alpha}_i$  пропускаются через следующий фильтр второго порядка [12, 13]:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = -2vbe_2 + b^2(\alpha_2 - e_1), \end{cases} \quad (17)$$

где  $e_1(0) = \alpha_i^c(0) = 0$ ; и  $e_2(0) = \dot{\alpha}_i^c(0) = 0$ ;  $e_1 = \alpha_i^c, e_2 = \dot{\alpha}_i^c$ ,  $b \in R^+$  – собственная частота, и  $v \in R^+$  – коэффициент затухания.

**Моделирование.** Результаты моделирования, полученные для двухстепенного электромеханического упругого манипулятора робота с помощью MATLAB/Simulink, подтверждают эффективность построенных адаптивных робастных регуляторов с адаптивной компенсацией неизвестного детерминированного возмущения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikiforov V.O.** Nonlinear and adaptive control of complex systems. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1999, 510 p.
2. **Ioannou P.A., Kokotovic, P.V.** Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control // Automatica. 1984. Vol. 20. №.5. P. 583-594.
3. **His L., Costa R.R.** Bursting phenomena in continuous-time adaptive systems with a  $\sigma$ -modification // IEEE Trans.onAutom. Control. 1987. Vol. 32. № 1. P. 84-86.
4. **Z. Cai, M.S. de Queiroz, D.M. Dawson.** A sufficiently smooth projection operator // IEEE. Transactions on Automatic Control. Vol. 51, №. 1, January, 2006.
5. **Ikhouane F.I., Krstic V.** Adaptive backstepping which parameter projection: robustness and performance // Automatica. 1998. Vol. 34. №.4. P. 429-435.
6. **Никифоров В.О.** Наблюдатели внешних детерминированных возмущений. I. Объекты с известными параметрами // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10. С. 13-24.
7. **Никифоров В.О.** Наблюдатели внешних детерминированных возмущений II. Объекты с неизвестными параметрами // Автоматика и телемеханика. 2004, № 11, С.40-48.
8. **Krstic, M., Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P.V.** Nonlinear and Adaptive Control Design. N.Y.: John Wiley and Sons. NewYork. 1995. 576 p.
9. **Тюкин И.Ю., Терехов В.А.** Адаптация в нелинейных динамических системах. М. Изд-во ЛКИ. 2008. 384 с.
10. **Ле ХонгКуанг, В.В. Путов, В.Н. Шелудько.** Робастное управление многостепенным механическим объектом с адаптивной компенсацией возмущения // XXIII Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 27-29 мая, 2020.
11. **Нгуен Дык Фу, Путов В.В., Чу ЧонгШы.** Адаптивные системы управления жестким четырехзвенным манипуляционным роботом с электроприводами постоянного тока // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». СПб.: 2019. Вып.8. С. 84-95
12. **Farrell, J.A., Polycarpou, M., Sharma, M., Dong, W.:** Command filtered backstepping // IEEE Trans. Autom. Control 54(6). 2009. P.1391-1395.
13. **W. Dong, J. A. Farrell, M. M. Polycarpou, V. Djapic, and M. Sharma,** “Command filtered adaptive backstepping” // IEEE Trans. Control Syst. Technol. May 2012. vol. 20. no. 3. p. 566-580.

Le Hong Quang, V. V. Putov, V. N. Sheledko (Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI”, St. Petersburg)

**Robust Control of a Multi-stage Mechanical Plant with Adaptive Disturbance Compensation**

The report considers the control problem for a multi-stage nonlinear electromechanical object with elastic properties and an external unknown disturbance. An unknown disturbance is represented as the output of a linear autonomous model with unknown constant parameters. To solve the problem of adaptive compensation of disturbances, an adaptive external disturbance observer is used. An algorithm for nonlinear robust control of an electromechanical plant is proposed, synthesized on the basis of the adaptive traversal method backstepping with the estimate of the adaptive disturbance observer. The simulation of the constructed nonlinear robust control with an adaptive disturbance observer is performed using the MATLAB / Simulink program.