

С. Е. ПОТАПОВ, А. А. ПОТАПОВА  
 Филиал ВА РВСН имени Петра Великого в г. Серпухов

## РЕЛЯЦИОННО-ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБМЕНА ПО ВИРТУАЛЬНЫМ МАРШРУТАМ В СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

*В статье проведён анализ основных методов математического моделирования процесса доведения сообщений по виртуальным маршрутам в сетях передачи данных с протоколами каналов связи, предусматривающими процедуру квитирувания пакетов сообщения. На основе выявленных закономерностей процессов передачи информации сформирован новый подход к определению вероятностно-временных характеристик информационного обмена по виртуальным маршрутам сети передачи данных с коммутацией пакетов.*

Многие информационные приложения, использующие для своей работы сети передачи данных, предъявляют фиксированные требования к своевременности передачи информации между абонентами сети по виртуальным маршрутам. Отметим, что своевременность оценивается вероятностно-временными характеристиками (ВВХ), под которыми понимается вероятность доведения сообщений за время, не превышающее заданное. При этом для сетей на базе проводных или высокоскоростных радиоканалов с высоким качеством по вероятности битовой ошибки, определение ВВХ и других характеристик доведения сообщений является тривиальной задачей, достаточно полно исследованной в ряде научных трудов [1–5]. Однако, нахождение характеристик процессов передачи информации по виртуальным маршрутам на каналах сети радиосвязи с высоким коэффициентом битовых ошибок, использующим адаптивные протоколы управления логическим каналом, требует отдельного подхода к определению ВВХ.

Процесс доведения многопакетных сообщений (МПС) по виртуальным маршрутам сети предполагает, что все пакеты передаваемого МПС должны быть переданы по всем парциальным каналам связи, составляющим маршрут, последовательно. При этом следование пакетов МПС по разным парциальным каналам предполагает их независимую (параллельную) передачу [5]. Тогда информационные характеристики парциальных каналов связи обуславливают общие ВВХ доведения МПС по всему маршруту. Именно поэтому при определении ВВХ доставки всего МПС от источника к получателю необходимо учитывать параллельность протекания процессов передачи пакетов в парциальных каналах связи маршрута.

Вопросам оценки своевременности доставки одно- и многопакетных сообщений по системе передачи данных уделено достаточное внимание в различных работах. В частности, в работах В.А. Цимбала и его научной школы [6–10] для разработки соответствующих моделей обосновано применение математического аппарата теории поглощающих конечных марковских цепей. Однако данные подходы к математическому моделированию процедур (протоколов) передачи данных по каналам связи не применимы для исследования ВВХ процесса доведения МПС, где длительности шагов переходов имеют стохастический характер и, кроме того, не могут быть использованы при описании доведения сообщений по составным виртуальным маршрутам.

В работе [13] предложен новый операторный метод определения характеристик передачи МПС по каналам связи, который свободен от указанных выше недостатков. Он основан на

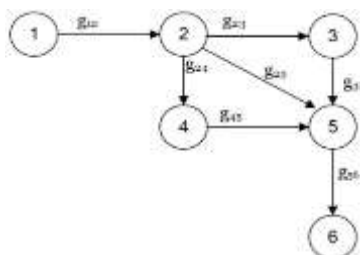


Рис. 1. Граф процесса доведения 2-х пакетного сообщения по виртуальному маршруту

представлении вероятностей ( $p_{ij}$ ) и времён ( $\tau_{ij}$ ) переходов процесса в виде производящих (характеристических) функций этих переходов  $g_{ij}(s) = p_{ij}e^{s\tau_{ij}}$ , где  $s$  – произвольная переменная.

С помощью индуктивного метода исследования рассмотрим развитие данного математического аппарата анализа ВВХ доведения МПС для процессов их передачи по виртуальным маршрутам сети передачи данных.

Рассмотрим процесс доведения 2-х пакетного сообщения по виртуальному маршруту, состоящему из двух транзитных каналов связи. Граф состояний и переходов для такого процесса представлен на рис. 1. На графе процесса рис. 1 обозначены следующие состояния (С):  $C_1$  – оба пакета сообщения находятся в узле-отправителе, осуществ-

ляется передача первого пакета;  $C_2$  – первый пакет сообщения доставлен в промежуточный узел связи, осуществляется передача второго пакета по первому каналу и первого пакета по второму каналу;  $C_3$  – оба пакета сообщения находятся в промежуточном узле, осуществляется передача первого пакета по второму каналу;  $C_4$  – второй пакет сообщения доставлен в узел-получатель, осуществляется передача второго пакета по первому каналу;  $C_5$  – второй пакет сообщения доставлен в промежуточный узел, первый пакет сообщения доставлен в узел-получатель, осуществляется передача второго пакета по второму каналу;  $C_6$  – оба пакета сообщения находятся в узле-получателе, передача сообщения завершена.

Производящая матрица вероятностей времён переходов для данного графа имеет вид

$$G_{[6,6]} = \begin{pmatrix} 0 & g_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{23} & g_{24} & g_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

где  $g_{ij}$  есть производящие функции распределения вероятностей времени переходов.

Особенностью описываемого процесса доведения сообщения является то, что переходы из  $C_2$  в  $C_3$ , из  $C_2$  в  $C_4$  и из  $C_2$  в  $C_5$  интерпретируют различные варианты совместного развития параллельно протекающих процессов передачи различных пакетов сообщения по различным каналам маршрута и при этом невозможно заранее предсказать, какой из этих процессов завершится раньше другого, так как время обоих процессов имеет случайный характер. Кроме того, от времени совместной реализации параллельно протекающих процессов передачи пакетов по обоим КС маршрута будет зависеть время попадания процесса из  $C_3$  в  $C_5$  и из  $C_4$  в  $C_5$ . Поэтому данный процесс обладает явным последствием и не может быть описан существующими методами исследования марковских и полумарковских процессов [11,12,14], однако учесть зависимость распределения вероятностей переходов от предыстории движения процесса можно с помощью операторного подхода. Для этого введём для графа состояний и переходов передачи МПС по виртуальному маршруту ряд определений.

В графе исследуемого процесса существуют переходы двух типов: **безусловные** и **условные**.

**Определение 1:** **безусловными** называются переходы, производящая функция верностей времени которых не зависит от траектории движения процесса до этих переходов.

**Определение 2:** **условными** называются переходы, производящая функция верностей времени которых зависит от пройденного процессом пути до этих переходов.

Безусловные переходы соответствуют окончанию протекания процессов, не идущих параллельно с другими процессами (например, передача первого пакета по первому участку маршрута). Условные переходы возникают после реализации двух и более параллельно протекающих процессов, когда совокупность из них ещё продолжается.

Поскольку все этапы движения процесса передачи МПС по маршруту определяются характеристиками доведения пакетов по парциальным КС этого маршрута, то все производящие функции вероятностей времени переходов графа, описывающего передачу МПС, однозначно определяются через производящие функции доведения пакетов по парциальным каналам маршрута, которые будем называть **базисными функциями**.

**Определение 3:** **базисными** называются функции распределения вероятностей времени протекания физических процессов, приводящих к изменению состояния исследуемой системы.

В данном случае исследуемой системой является процесс передачи МПС. Поскольку исследуемый маршрут состоит из двух парциальных каналов, то для данного случая будут иметь место две базисные функции доведения пакетов по первому и второму парциальным каналам связи:

$$g_1(s) \Leftrightarrow F_1(\tau) = \langle p_i, \tau_i \rangle (i = \overline{1, n}); \quad g_2(s) \Leftrightarrow F_2(\tau) = \langle p_i, \tau_i \rangle (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

где  $F_1(\tau)$  и  $F_2(\tau)$  – известные распределения вероятностей времени доведения пакетов по 1-му и 2-му парциальным каналам связи виртуального маршрута.

**Определение 4:** совокупность всех базисных функций исследуемой системы (процесса) называются *базисом* этой системы (процесса).

Таким образом можно сформулировать следующее утверждение.

**Утверждение 1:** распределение вероятностей времени протекания исследуемого процесса (движения исследуемой системы) однозначно определяется его (её) базисом. Поэтому задачу определения ВВХ доведения  $n$ -пакетного сообщения по  $m$ -канальному маршруту с известными распределениями вероятностей времени доведения пакетов по его каналам (базисными функциями) можно сформулировать в следующем виде: определить  $g_{n,m}(s)=F(g_1, \dots, g_m; n)$ , где  $g_1, \dots, g_m$  – производящие функции базисных процессов (доведения пакета по парциальным каналам).

В описываемом случае необходимо определить  $g_{2,2}(s)=F(g_1, g_2; 2)$ . Для решения поставленной задачи сформулируем следующее утверждение.

**Утверждение 2:** Производящая функция распределения вероятностей времени процесса движения системы из начального в поглощающее состояние равна сумме производящих функций распределения вероятностей времени её движения по каждой из возможных траекторий смены промежуточных состояний, получаемых путём произведения производящих функций вероятности времени всех переходов этих траекторий при условии их независимости.

Для учёта параллельности отдельных процессов передачи пакетов сообщения при определении производящей функции того или иного перехода в дополнение к известным введём на множестве производящих функций распределения  $k$ -мерной случайной величины вида

$$g(s_1 \dots s_k) = \sum p(\tau_1, \dots, \tau_k) \cdot e^{s_1 \tau_1 + \dots + s_k \tau_k}, \quad (3)$$

где  $k$  – количество параллельно передающихся пакетов (степень свободы исходящего состояния перехода), следующие операции:

1) операция **декартового произведения** ( $\times$ ) над производящими функциями  $g_1(s_1 \dots s_k)$  и  $g_2(s_1 \dots s_n)$ , которая возвращает производящую функцию  $(k+n)$ -мерной случайной величины вида

$$g(s_1 \dots s_{(n+k)}) = \sum \sum p(\tau_1, \dots, \tau_k) \cdot p_j(\tau_1, \dots, \tau_n) e^{s_1 \tau_1 + \dots + s_k \tau_k + s_{k+1} \tau_1 + \dots + s_n \tau_n}; \quad (4)$$

2) операция **проекции** ( $\pi$ ) над производящую функцией  $n$ -мерной случайной величины, которая возвращает производящую функцию  $k$ -мерной случайной величины ( $k \leq n$ ) вида

$$g(s_1 \dots s_k) = \pi_{(s_1 \dots s_k)} g(s_1 \dots s_n) = g(s_1 \dots s_n) \Big|_{s_i=0, i \in (1..k)}; \quad (5)$$

3) операция **селекции по правилу  $\Theta$**  ( $\sigma_\Theta$ ) над производящей функцией  $k$ -мерной случайной величины, которая возвращает производящую функцию той же случайной величины без отдельных членов суммы (3), не удовлетворяющих логическому правилу  $\Theta$  (например,  $\tau_1 < \tau_2$ ).

Применив указанные операции для определения производящих функций всех переходов процесса получим следующие выражения:  $g_{23} = \pi_{\tau^1} (\sigma_{\tau^1 < \tau^2} (g_1(s) \times g_2(s)))$ ,

$$g_{24} = \pi_{\tau^2} (\sigma_{\tau^1 < \tau^2} (g_1(s) \times g_2(s))), \quad g_{25} = \pi_{\tau^1} (\sigma_{\tau^1 = \tau^2} (g_1(s) \times g_2(s))), \quad g_{35} = [g_1(s) \cdot g_2(-s)] \Big|_{\tau^1 > \tau^2},$$

$$g_{24} = [g_1(s) \cdot g_2(-s)] \Big|_{\tau^1 < \tau^2}. \text{ Искомая производящая функция распределения вероятностей времени доведения 2-х пакетного сообщения по 2-х каналному маршруту будет равна}$$

$$g_{16} = g_1(s) \cdot \left[ \pi_{\max(\tau^i)} (g_1(s) \times g_2(s)) \right]. \quad (6)$$

Следует отметить, что операция произведения также, как и декартового произведения производящих функций обладает свойством коммутативности, т.е.  $g_1(s) \cdot g_2(s) = g_2(s) \cdot g_1(s)$  ( $g_1(s) \times g_2(s) = g_2(s) \times g_1(s)$ ). Поэтому из анализа выражения (6) вытекает следующее следствие.

**Следствие 1:** ВВХ доведения 2-х пакетного сообщения по 2-х каналному маршрута не зависят от порядка следования различных по качеству каналов связи, а зависят только от их распределения вероятностей времени передачи одного пакета (базиса).

Исследования показывают, что следствие 1 имеет место и при передаче  $n$ -пакетного сообщения по 2-х каналному виртуальному маршруту.

Таким образом, сформированный научно-методический аппарат исследования характеристик процесса доведения МПС по виртуальным маршрутам позволяет оценить среднее время доведения пакетов МПС в парциальных каналах, а также вероятность их доведения за требуемое время по всему маршруту.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Самуйлов К.Е.** Методы анализа и расчета сетей ОКС 7: Монография. М.: Изд-во РУДН, 2002. 292 с.
2. **Дроздова В.Г.** Вероятностно-временные характеристики мобильных и беспроводных сетей стандарта IEEE 802.16. // Телекоммуникации. №4. 2010. С. 29-36.
3. Linderberger K. Dimensioning and design methods for integrated ATM networks // Proc. of 14-th International Teletraffic Congress, Antibes Juan-les-Pins, 1994.
4. Willmann G., Kuhn P.J. Performance Modeling of Signaling System No.7 // IEEE Communications Magazine, July 1990.
5. **Олифер В.Г. Олифер Н.А.** Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 4-е изд. СПб.: Питер, 2012. 958 с.
6. **Цимбал В.А., Косарева Л.Н., Потапов С.Е., Тоискин В.Е.** Автоматизированный синтез конечных марковских цепей описывающих процесс доведения многопакетного сообщения в VPN MPLS // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий: сборник докладов 69 Всерос. конф. с междунар. участ. «Научная сессия, посвященная Дню радио» (RDC-2014). М.: ООО «БРИС-М», 2014. Вып. LXIX. С. 119–122.
7. **Цимбал В.А., Тоискин В.Е., Потапов С.Е.** и др. Автоматизированный синтез поглощающей конечной марковской цепи, описывающей доведение многопакетного сообщения в соединении «точка-точка» системы передачи данных и исследование его оперативности // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2016. № 4 (24). С. 59-65.
8. **Орехов С.Е.** Метод анализа временных характеристик неоднородной поглощающей конечной марковской цепи с непостоянными по длительности шагами переходов // Теория и техника радиосвязи. 2014. № 3. С. 49-57.
9. **Цимбал В.А., Тоискин В.Е., Лягин М.А.** Нахождение границ применимости протокола типа X.25 с кумулятивной квитанцией в асимметричном радиотракте передачи данных при требуемой достоверности и оперативности доставки многопакетного сообщения // Фундаментальные исследования. 2017. № 12-1. С. 143-148.
10. **Цимбал В.А.** Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход: Монография. М.: Вузовская книга, 2014. 144 с.
11. **Казаков В.А.** Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. М.: Сов. радио, 1973. 232 с.
12. **Кемени Джон Дж., Снелл Дж. Ларк.** Конечные цепи Маркова: пер. с англ. М.: Наука, 1970. 272 с.
13. **Потапов С.Е.** Исследование процесса передачи информации по виртуальным маршрутам в радиосети системы связи с подвижными объектами // Теория и техника радиосвязи. 2019. № 3. С. 11–23.
14. **Тихонов В.И., Миронов М. А.** Марковские процессы М.: Сов. радио, 1977. 488 с.

S.E. Potapov, A.A. Potapova (Chair of Military Academy, Serpukhov).

**Relative-operative Method of Mathematical Modeling Transmission of Multi-package Messages along the Virtual Routes of the Radio Communication Network**

The article analyzes the basic methods of mathematical modeling of the process of delivering messages along virtual routes in data transmission networks with communication channel protocols providing for the procedure for acknowledging message packets. Based on the revealed regularities of information transfer processes, a new approach has been formed to determine the probabilistic-temporal characteristics of information exchange along virtual routes of a packet-switched data network.