

В. П. ИВАНОВ

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук, Санкт-Петербург

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ОГИБАЮЩИХ К СИНТЕЗУ УПРАВЛЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ «ПРЕСЛЕДОВАНИЕ–УКЛОНЕНИЕ»

Доклад посвящен приложениям метода огибающих к синтезу управления в дифференциальной игре «преследование–уклонение». Доказывается, что оптимальные траектории могут быть представлены как огибающие параметрического семейства сингулярных кривых, названных в рамках данного подхода мгновенными решениями, и что управление может быть найдено на этом семействе. Показано, что в общем случае синтезированный закон игрового управления будет содержать предельно допустимые значения управления, текущие значения фазовых координат, параметры касательных и производные от них.

Введение. В докладе рассматривается случай, когда движения игроков описываются однотипными системами дифференциальных уравнений с нелинейными в общем случае правыми частями, но с линейно входящим управлением. Управление игроков ограничено замкнутым множеством предельно допустимых значений. В качестве терминального критерия оптимальности принята евклидова мера невязок координат преследователя и преследуемого на момент окончания игры (промах). Минимаксная постановка детерминированной задачи предполагает, что целью преследователя является минимизация промаха, а преследуемого – максимизация. Все известные к настоящему времени подходы к решению антагонистических дифференциальных игр (принцип максимума или динамическое программирование, теория позиционных дифференциальных игр и др. [1–4]) связаны с решением двухточечной краевой задачи, либо его обходом тем или иным способом. Предлагаемый доклад в этом смысле не является исключением и посвящён применению метода огибающих к решению дифференциальных игр типа «преследование–уклонение».

Основная часть. Синтез управления в дифференциальной игре «преследование–уклонение» является обобщением задачи оптимального управления в случае двух лиц. В такой постановке оптимальное управление и траектории находятся после решения соответствующей краевой задачи. Для нелинейных систем решение её затруднено. Кроме того, на численные методы во многом влияют неизбежные ошибки округления, в ряде случаев не позволяющие получить результат. Для оптимизации управления динамическими системами был разработан подход, основанный на применении метода огибающих [5, 6]. В его основу положен тот факт, что фазовая траектория динамической системы является огибающей семейства поверхностей (в частных случаях сингулярных кривых), восставленных из каждой её точки. На этом основан графоаналитический метод интегрирования В.П. Ветчинкина [7], когда траектория представляется огибающей семейства окружностей мгновенного радиуса кривизны.

Следует отметить, что в каждой конкретной точке фазовой траектории вектор скорости и вектор обобщённого импульса касательны ей. Поэтому существует возможность синтеза управления на семействе сингулярных кривых. В работах [5, 6] изложен способ построения сингулярных кривых, названных мгновенными решениями, и представлено доказательство возможности нахождения управления в рамках заданного терминального критерия оптимальности, что можно найти на семействе мгновенных решений как на границе допустимого множества управлений, так и внутри её.

Обратим внимание на то, что полученный закон управления обладает адаптивными свойствами и строится по принципу обратной связи по отношению к параметрам, определенным на семействе мгновенных решений. Адаптация осуществляется по вычисляемым в каждый момент времени параметрам на мгновенных решениях и соответствующим производным.

Указанные выше идеи легли в основу метода синтеза управления в дифференциальной игре «преследование–уклонение». Для конкретизации использовался метод позиционных дифференциальных игр [4]. В рамках данного подхода строились области достижимости преследуемого и преследователя. В редуцированном пространстве мгновенных решений области достижимости представляли собой эвольвенты к кривым с предельно допустимым

значениям управления. Ввиду однотипности математических моделей игроков и свойств эволюента, экстремальная точка прицеливания, как наиболее удалённая от границы достижимости преследователя, находилась на касательной к кривым с предельно допустимым значением управления преследователя и преследуемого.

Таким образом, оптимальные траектории преследователя и преследуемого состоят из участка с предельно допустимым значением управления и участка с особым управлением. Параметры касательной и производные от них определяют структуру особого управления.

Так как функция знака касательной к кривым с предельно допустимым значением управлением соответствует функции знака линии визирования, то, согласно принципу информационного доопределения Ю.Б. Гермейера [8], возможно дальнейшее редуцирование пространства мгновенных решений, т.е. дальнейшее упрощение построения мгновенных решений.

В общем случае синтезированный закон игрового управления будет содержать предельно допустимые значения управления, текущие значения фазовых координат, параметры касательных и производные от них.

Проводилась оценка эффективности предлагаемого подхода в сравнении с классическим решением двухточечной краевой задачи методом последовательных приближений. Численные решения показали, что метод огибающих даёт семикратное сокращение времени решения краевой задачи.

Заключение. Проведённые исследования показали, что применение метода огибающих упрощают синтез управления в дифференциальной игре «преследование–уклонение» и интерпретацию результатов. Указанный подход в дальнейшем можно применить к играм нескольких лиц, к решениям коалиционных, иерархических и кооперативных игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Вайсброд Э.М., Жуковский В.И.** Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. М.: Советское радио, 1980. 304 с.
2. **Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б.** Преследование на плоскости. М.: Наука, 1991. 96 с.
3. **Пацюков В.П.** Дифференциальные игры при различной информированности игроков. М.: Советское радио, 1976. 200 с.
4. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Физматлит, 1974. 456 с.
5. **Иванов В.П.** Метод синтеза особого оптимального управления для автономных динамических систем/ Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2015, №2, С. 62–70.
6. **Иванов В.П.** Оптимизация управления динамическими системами на границе допустимого множества управлений методом огибающих. СПб, Наука, 2007. С.270-276.
7. **Ветчинкин В.П.** Методы приближенного и численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, вып. 1-3, М., 1932-35.
8. **Гермейер Ю.Б.** Игры с противоположными интересами. М.: Наука, 1976. 326 с.

V.P. Ivanov (St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg)

Application of the Envelop Method to Synthesis of Control in the differential Game “Pursuit-Evasion”

The report is devoted to the applications of the envelope method to the synthesis of control in the differential game “pursuit-evasion”. It is proved that optimal trajectories can be represented as envelopes of a parametric family of singular curves, called instantaneous solutions within this approach, and that control can be found on this family. It is shown that, in the general case, the synthesized game control law will contain the maximum permissible control values, current values of phase coordinates, parameters of tangents and their derivatives.