

В. П. ИВАНОВ

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,
Санкт-Петербург

СИНТЕЗ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ НА РЕДУЦИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ

Доклад посвящен вопросам синтеза терминального управления на редуцированных моделях. Используется сделанный ранее вывод о том, что оптимальные траектории могут быть представлены как огибающие параметрического семейства сингулярных кривых, названных в рамках данного подхода мгновенными решениями, и что управление может быть найдено на этом семействе. Показано, что в общем случае синтезированный закон терминального управления можно построить на соотношениях первого порядка сингулярности, увязанных с мгновенными решениями. Для их построения предложен конструктивный способ условного разделения переменных в уравнении Гамильтона–Якоби. Перебор группировок переменных порождает конечное множество сингулярных редуцированных моделей, описывающих мгновенные решения. Налицо информационный дуализм: для синтеза управления необходима полная (исходная) модель, но для его вычисления в тот или иной момент времени достаточно использовать редуцированную (сокращённую) модель.

Введение. В докладе рассматривается случай, когда динамическая система описывается системой дифференциальных уравнений с нелинейными в общем случае правыми частями, но с линейно входящим управлением. Управление ограничено замкнутым множеством предельно допустимых значений. В качестве терминального критерия оптимальности принята евклидова мера невязок отклонений координат от заданных на момент окончания процесса. Все известные к настоящему времени подходы к решению нелинейной задачи управления (принцип максимума или динамическое программирование и др. [1, 2]) связаны с решением двухточечной краевой задачи, либо с его обходом тем или иным способом. Предлагаемый доклад в этом смысле не является исключением и посвящён различным аспектам применения метода огибающих для оптимизации терминального управления, в частности, в использовании редуцированных моделей.

Основная часть. Как известно, оптимальное терминальное управление и траектории находятся после решения соответствующей краевой задачи. Для нелинейных систем решение её затруднено. Кроме того, на численные методы во многом влияют неизбежные ошибки округления, в ряде случаев не позволяющие получить результат. Для оптимизации управления динамическими системами был разработан подход, основанный на применении метода огибающих [3–5]. В его основу положен тот факт, что фазовая траектория динамической системы является огибающей семейства поверхностей (в частных случаях сингулярных кривых), восстановленных из каждой её точки.

Следует отметить, что в каждой конкретной точке фазовой траектории вектор скорости и вектор обобщённого импульса касательны ей, касательны также и сингулярной кривой. Поэтому существует возможность синтеза управления на семействе сингулярных кривых. Параметрические редуцированные модели, описывающие сингулярные кривые, проще исходной математической модели. Сингулярные кривые также должны удовлетворять требованиям минимизации терминального функционала. Такой постулат позволяет обойти явное решение краевой задачи.

В работах [3–5] изложен способ построения сингулярных кривых, названных мгновенными решениями, и представлено доказательство возможности нахождения управления в рамках заданного терминального критерия оптимальности на семействе мгновенных решений как на границе допустимого множества управлений, так и внутри её.

Параметры, определяемые на условиях первого порядка сингулярности особого управления, увязаны с параметрами сингулярных кривых. В общем случае на временном интервале будут существовать участки с предельно допустимым значением управления и участки особого

управления [6]. Доказывается, что условия существования особого управления высоких порядков сингулярности можно получить из условия первого порядка.

Обратим внимание на то, что закон управления, вычисляемый на семействе сингулярных кривых, обладает адаптивными свойствами и строится по принципу обратной связи по отношению к параметрам на семействе мгновенных решений. Адаптация осуществляется по вычисляемому в каждый момент времени параметрам на мгновенных решениях и соответствующим производным.

В общем случае оптимальное управление строится на исходной математической модели. Но вот результат его вычисления в тот или иной момент времени может быть получен на редуцированных сингулярных моделях. Таким образом, налицо информационный дуализм задачи оптимального терминального управления [7].

Для оценки эффективности предлагаемого подхода одна и та же задача терминального управления решалась классическим способом, причём двухточечная краевая задача решалась методом последовательных приближений, а также способом с использованием метода огибающих. Сравнение численных решений позволило сделать вывод о том, что метод огибающих даёт семикратное сокращение времени решения краевой задачи при той же точности.

Заключение. Проведённые исследования показали, что применение метода огибающих упрощают синтез управления в дифференциальной игре «преследование–уклонение» и интерпретацию полученных результатов. Указанный подход в дальнейшем можно применить к дифференциальным играм нескольких лиц, к решениям коалиционных, иерархических и кооперативных игр.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Болтянский В.Г.** Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969. 408 с.
2. **Сейдж Э.П., Уайт Ч.С.** Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1982. 389 с.
3. **Иванов В.П.** Метод синтеза особого оптимального управления для автономных динамических систем. *Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика.* 2015, №2, С. 62–70.
4. **Иванов В.П.** Оптимизация вырожденного управления динамическими системами методом огибающих. *Труды СПИИРАН.* Вып.3. Том 2. СПб, Наука, 2006. С.358-365.
5. **Иванов В.П.** Оптимизация управления динамическими системами на границе допустимого множества управлений методом огибающих. *Труды СПИИРАН.* Вып.4. СПб, Наука, 2007. С.270-276.
6. **Габбасов Р., Кириллова Ф.М.** Особое оптимальное управление. М.: Наука, 1973. 253 с.
7. **Иванов В.П.** Информационный дуализм задачи оптимального терминального управления динамическим объектом. *Информатизация и связь,* №2, 2021. С.85-90.

V.P.Ivanov (St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg)

Synthesis of terminal control of dynamic systems on reduced models

The report is devoted to the synthesis of terminal control on reduced models. The previously made conclusion is used that optimal trajectories can be represented as envelopes of a parametric family of singular curves, called instant solutions within the framework of this approach, and that control can be found on this family. It is shown that, in the general case, the synthesized terminal control law can be constructed on first-order singularity relations linked to instantaneous solutions. For their construction, a constructive method of conditional separation of variables in the Hamilton–Jacobi equation is proposed. Iterating over groupings of variables generates a finite set of singular reduced models describing instantaneous solutions. There is an information dualism: for the synthesis of control, a complete (initial) model is needed, but for its calculation at one time or another, it is sufficient to use a reduced model.

Автор готов представить текст на английском языке для сборника материалов мультиконференции, который будет подан для индексирования в Scopus