

В. П. ИВАНОВ  
Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук  
Санкт-Петербург

## СИНТЕЗ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В АНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ КОАЛИЦИОННОЙ ИГРЕ НА РЕДУЦИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ

*Доклад посвящен вопросам синтеза терминального управления в антагонистической коалиционной игре на редуцированных моделях. Показано, что в общем случае синтезированный закон терминального управления можно определить на соотношениях первого порядка сингулярности, увязанных с сингулярными кривыми – мгновенными решениями. Мгновенные решения описываются соответствующими редуцированными моделями. Налицо информационный дуализм коалиционной игры: для синтеза управления игроков необходима полная (исходная) модель, но для его вычисления в тот или иной момент времени достаточно использовать редуцированную (сокращённую) модель и заменить коалиционную антагонистическую игру в  $n$ -мерном пространстве фазовых переменных коалиционной игрой в редуцированном пространстве, что проще.*

**Введение.** В докладе рассматривается случай, когда движения игроков каждой коалиции однотипны и описываются системой дифференциальных уравнений с нелинейными в общем случае правыми частями, но с линейно входящим управлением. Управление ограничено замкнутым множеством предельно допустимых значений. В качестве терминального критерия оптимальности принята евклидова мера невязок отклонений координат противоборствующих коалиций на момент окончания процесса. Все известные к настоящему времени подходы к решению нелинейной задачи управления связаны с решением двухточечной краевой задачи. Трудности её решения известны. В предлагаемом докладе для упрощения решения дифференциальных игр применён метод огибающих [1, 2], что позволяет вычислять игровые управления не в исходном, а в редуцированном пространстве фазовых переменных, что проще.

**Основная часть.** Как известно, оптимальное игровое управление и траектории находятся после решения соответствующей краевой задачи. Для нелинейных систем решение её затруднено. Кроме того, на численные методы во многом влияют неизбежные ошибки округления, в ряде случаев не позволяющие получить результат. Для оптимизации управления нелинейными динамическими системами был разработан подход, основанный на применении метода огибающих [1–4]. В его основу положен тот факт, что фазовая траектория динамической системы является огибающей семейства поверхностей (в частных случаях сингулярных кривых), составленных из каждой её точки.

Следует отметить, что в каждой конкретной точке фазовой траектории вектор скорости и вектор обобщённого импульса касательны ей, касательны также и сингулярной кривой. Поэтому существует возможность синтеза управления на семействе сингулярных кривых. Параметрические редуцированные модели, описывающие сингулярные кривые, проще исходной математической модели. Сингулярные кривые также должны удовлетворять требованиям минимизации терминального функционала. Такой постулат позволяет обойти явного решения краевой задачи.

В работах [1–4] изложен способ построения сингулярных кривых, названных мгновенными решениями, и представлено доказательство возможности нахождения управления в рамках заданного терминального критерия оптимальности на семействе мгновенных решений как на границе допустимого множества управлений, так и внутри её.

Обратим внимание на то, что закон управления, вычисляемый на семействе сингулярных кривых, обладает адаптивными свойствами и строится по принципу обратной связи по отношению к параметрам на семействе мгновенных решений. Адаптация осуществляется по вычисляемому в каждый момент времени параметрам на мгновенных решениях и соответствующим производным.

В общем случае оптимальное управление строится на исходной математической модели. Но вот результат его вычисления в тот или иной момент времени может быть получен на редуцированных сингулярных моделях. Таким образом, налицо информационный дуализм задачи оптимального терминального управления [3, 4].

Применим указанный подход к решению антагонистической дифференциальной игры двух лиц. Можно показать, что её сингулярным решением (сингулярной кривой) является примитивная задача «преследование-уклонение» [4]. Управление, полученное на этой примитивной игре, пересчитывается в управление реальных объектов. Соответственно, синтезируются и фазовые траектории.

Приложим этот метод к дифференциальной игре двух коалиций. В качестве базового – используем подход, изложенный в [5]. Доказывается, что в таком случае задача расщепляется на парные примитивные игры «преследование-уклонение». Переходя к коалиции, мы получаем оценки цены игры для заданного конечного момента времени. Из множества цен игры выбираем вариант с минимальной ценой для одной коалиции или максимальной для другой. Такие варианты не обязательно могут быть единственными. Для практического применения, если не наложены дополнительные условия, выбираем любой из них.

**Заключение.** Проведённые исследования показали, что применение метода огибающих к коалиционным играм приводит их к рассмотрению игровых задач в классе сингулярных моделей. Такой метод упрощает синтез управления и интерпретацию полученных результатов. Указанный подход в дальнейшем можно применить к другим классам дифференциальных игр.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Иванов В.П.** Оптимизация вырожденного управления динамическими системами методом огибающих. *Труды СПИИРАН*. Вып.3. Том 2. СПб, Наука, 2006. С. 358-365.
2. **Иванов В.П.** Оптимизация управления динамическими системами на границе допустимого множества управлений методом огибающих. *Труды СПИИРАН*. Вып.4. СПб, Наука, 2007. С. 270-276.
3. **Иванов В.П.** Информационный дуализм задачи оптимального терминального управления динамическим объектом. *Информатизация и связь*, №2, 2021. С. 85-90.
4. **Иванов В.П.** Информационный дуализм в нелинейной дифференциальной игре «преследование-уклонение». *Информатизация и связь*. №5. 2021. С. 111-116.
5. **Вайсборд Э.М., Жуковский В.И.** Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. М.: Советское радио, 1980. 304 с.

V.P.Ivanov (St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg)

#### **Synthesis of terminal control in an antagonistic coalition game on reduced models**

The report is devoted to the synthesis of terminal control in the antagonistic coalition game on reduced models. It is shown that in the general case, the synthesized terminal control law can be determined on the first-order singularity relations associated with singular curves - instantaneous solutions. Instantaneous solutions are described by corresponding reduced models. There is an information dualism of the coalition game: for the synthesis of player control, a complete (initial) model is needed, but to calculate it at one time or another, it is enough to use a reduced (reduced) model and replace the coalition antagonistic game in the dimensional space of phase variables with a coalition game in a reduced space, which is simpler.