

А. А. МУСАЕВ

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,  
Санкт-Петербург

Д. А. ГРИГОРЬЕВ

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

**АНАЛИЗ ИНЕРЦИОННОСТИ ХАОТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЧЕРЕЗ  
ТЕРМИНАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ**

*Статья носит методический характер и посвящена анализу эффективности прогнозирования нестационарных процессов через терминальные показатели качества управления в условиях динамического хаоса, характерного для нестабильных сред погружения. Показано принципиальное отличие свойств рядов наблюдений за хаотическими процессами от вероятностных описаний традиционных моделей, основанных на статистической парадигме. Рассмотрена аддитивная модель с хаотической системной составляющей и нестационарными шумами, наиболее адекватно описывающая рассмотренные в работе ряды наблюдений. Предложена методика оценки качества статистических прогнозов в условиях хаотической динамики наблюдаемых процессов.*

**Введение.** Характерной чертой любых открытых систем, в том числе и систем управления с нестабильными средами погружения, является наличие случайных возмущающих воздействий, обусловленных множеством трудно прогнозируемых факторов различной природы. При этом в каждый момент времени тот или иной фактор, часто имеющий латентный характер, может оказаться доминирующим, что приводит к возникновению множества явно выраженных локальных трендов. Наличие таких трендов, а также больших участков рядов наблюдений, динамические свойства которых представляют собой колебательный непериодический процесс, разрушает совокупность традиционных ограничений, в рамках которых статистические оценки отвечают свойствам состоятельности, эффективности и несмещенности. Перечень условий, обеспечивающих эффективность и состоятельность статистических решений можно найти в классических и современных учебниках по математической статистике [1–3].

Изучение рядов наблюдений за изменением параметров состояния объекта управления, находящегося во взаимодействии с нестабильной средой погружения, приводит к выводу, что их природа определяется хаотической динамикой и описывается аддитивной моделью Вольда вида:

$$Y_k = X_k + V_k, k = 1, \dots, n \quad (1)$$

где  $X_k, k = 1, \dots, n$  – системная составляющая наблюдаемого процесса, используемая в процессе формирования управляющего решения, представляет собой реализацию динамического хаоса [4–6] и обычно имеет вид колебательного непериодического процесса с множеством локальных трендов неопределенной длительности. Шумовая составляющая наблюдаемого процесса  $V_k, k = 1, \dots, n$ , как показали численные исследования, основанные на проверке статистических гипотез [7, 8], представляет собой нестационарный гетероскедастический процесс с невырожденной функцией автокорреляции, зависящей от времени.

Задача состоит в том, чтобы оценить возможность применения алгоритмов прогнозирования на основе традиционных методов статистического синтеза, к задаче проактивного управления при условиях, описываемых моделью наблюдений (1). С этой целью в рамках проведенных исследований разработана методика, основанная на общей теории оценивания эффективности информационных технологий (ИТ), изложенная в [9, 10].

**Метод.** В задачах проактивного управления процесс выработки управляющего решения базируется на прогнозировании развития наблюдаемого процесса. Традиционный статистический синтез позволяет сформировать оптимальный прогноз на основе известных методов байесовского оценивания, ММП, МНК [1–3, 8, 11]. Аналитическая оценка эффективности указанных

методов в условиях хаотической и нестационарной динамики наблюдаемых процессов оказывается не реализуемой. В связи с этим в настоящей работе проведены численные исследования, основанные на терминальной оценке эффективности алгоритмов прогнозирования и формируемых на их основе проактивных управляющих решений для реальных процессов, отражающих динамику нестационарных и хаотических процессов. В целях изучения поставленного вопроса в настоящей работе проведен ряд вычислительных экспериментов для трех наиболее часто используемых физических параметров турбулентного потока.

Для реализации описанной технологии анализа эффективности прогнозирования разделим область изменения исследуемого процесса  $Y(t)$  на равномерные сектора размера  $dL$ . Значения процесса измеряются в унифицированных нормированных и центрированных величинах, называемых *пунктами* ( $n$ ). Предположим, что процесс перешел с уровня  $dL$  до вышерасположенного уровня  $L_{k+1}$ . Данный факт можно грубо интерпретировать, как модель положительного тренда. Обозначим такой переход  $L_k \rightarrow L_{k+1}$ . И наоборот, переход  $L_k \rightarrow L_{k-1}$  можно рассматривать, как модель с отрицательным трендом. Вопрос состоит в подтверждении гипотезы о корректности предположения о возможности использования выявленного тренда в качестве прогностической модели процесса  $Y(t)$ , определяемой достижением последующего уровня в направлении, соответствующем установленному тренду.

Будем оценивать вероятность положительных исходов, то есть перехода процесса  $L_k \rightarrow L_{k+1}$  после того, как выявлен переход  $L_{k-1} \rightarrow L_k$ . Отрицательным исходом будет обратный переход на нижестоящий уровень  $L_k \rightarrow L_{k+1}$  сразу после ранее осуществленного возрастающего перехода  $L_{k-1} \rightarrow L_k$ . В силу симметрии аналогичные оценки исходов имеют место и для убывающего перехода. Таким образом, полная группа событий состоит из двух положительных исходов  $(L_k \rightarrow L_{k+1} | L_{k-1} \rightarrow L_k)$ ,  $(L_k \rightarrow L_{k-1} | L_{k+1} \rightarrow L_k)$  и двух отрицательных  $(L_k \rightarrow L_{k-1} | L_{k-1} \rightarrow L_k)$ ,  $(L_k \rightarrow L_{k+1} | L_{k+1} \rightarrow L_k)$ .

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведен пример изменения плотности потока на 10-дневном интервале наблюдения с границами зон сегментации и отметками о пересечении соответствующих границ.

Заметим, что на графике представлен как сам процесс  $Y_t$ ,  $t = 1, \dots, n$ , так и его сглаженная версия  $\tilde{Y}_t$ ,  $t = 1, \dots, n$ . Сглаживание осуществлялось простым экспоненциальным фильтром

$$\tilde{Y}_t = \alpha Y_t + \beta \tilde{Y}_{t-1}, \quad t = 1, \dots, n, \quad \text{где } \alpha \in (0, 1), \beta = 1 - \alpha.$$



Рис. 1. Пример динамики изменения параметра нестационарного процесса на 10-дневном интервале наблюдения

Предположим, что проведено  $N$  экспериментов, в каждом из которых в качестве прогностической модели используется линейный тренд, определяющий направление перехода с одного уровня на другой. В случае, если направление движения сохранится вплоть до пересечения со следующим по направлению тренда уровнем, то такой исход будем воспринимать как событие, подтверждающее корректность модели. Наоборот, если процесс развернется и достигнет предшествующего уровня, то такой исход следует рассматривать как негативный, отрицающий возможность применения прогностической модели. Предположим, что в результате  $N$  последовательно проведенных экспериментов,  $m$  исходов подтверждают гипотезу о

наличии тренда, а  $N-m$  исходов ее отрицают. Тогда предположение о наличии тренда может трактоваться как альтернатива  $H_1$ :  $p \neq 0,5$  к нулевой гипотезе  $H_0$ :  $p = 0,5$  об его отсутствии, где  $p = m/N$ .

**Вычислительные эксперименты.** Для того чтобы охватить как можно больше типов вариаций хаотической динамики, рассматривались пять 100-дневных участков для трех параметров турбулентного потока. В качестве размера межуровневого интервала использовалась величина

$dL = 100$ п. (пунктов). Оценка вероятности осуществляется через отношение положительных исходов к общему числу экспериментов. Соответствующие результаты вычислительного эксперимента представлены в таблице.

Т а б л и ц а

Частота положительных исходов при  $dL=100$ 

Временной интервал, сутки	Параметры		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1-100	0,552	0,484	0,444
101-200	0,507	0,536	0,465
201-300	0,533	0,552	0,560
301-400	0,494	0,452	0,465
401-500	0,446	0,545	0,444

Из приведенной таблицы следует полное отрицание эффективности линейной экстраполяционной модели в задаче проактивного управления реализацией турбулентного потока. Последнее утверждение было проверено в [10] методами статистической проверки гипотез  $H_0$  и  $H_1$ .

Дальнейшие исследования проводились для других вариантов прогностических моделей, основанных на сглаженных рядах наблюдений, на технологиях многомерного регрессионного анализа, анализе прецедентов на основе метрик подобия и т. п. Все они подтвердили конструктивность предложенной методики оценивания эффективности алгоритмов прогнозирования на основе терминальных показателей качества управления [12, 13].

**Заключение.** Предложенная в статье технология с применением сегментации области изменения изучаемого нестационарного процесса позволяет построить наглядную, хорошо визуализируемую систему анализа эффективности применяемых технологий прогнозирования.

В частности, для иллюстрации предложенного анализа эффективности прогнозирования показано, что использование статистической экстраполяции не позволяет получить устойчивое решение поставленной задачи прогнозирования в силу высокой степени его стохастического разброса. Процесс достигает уровней принятия решения чаще в силу высокой дисперсии, чем в результате инерционного тренда. Отсюда возникает рекомендация об использовании для анализа инерционности сглаженного процесса. В частности, хорошие результаты дает сглаживание экспоненциальным фильтром с коэффициентом передачи  $\alpha = 0.005 - 0.02$ .

Тем не менее, применение сглаженной кривой также не позволяет убедительно подтвердить эффективность экстраполяционного прогноза для хаотических процессов. В частности, для режима колебательного непериодического процесса, характерного для детерминированного хаоса, стратегия управления, основанная на линейных прогностических моделях, является неэффективной. Для таких участков эволюции значений параметров обнаружение тренда говорит о том, что он в ближайшее время изменится и, следовательно, необходимо стабилизировать процесс, в сторону ему противоположную.

Отсюда возникает вывод о необходимости многостороннего анализа динамики изучаемого процесса. Наиболее перспективным направлением в развитии задачи автоматического управления нестационарными процессами, по мнению авторов, является разработка управляющих решений на основе мультиэкспертных систем [14].

*Исследования, выполненные по данной тематике Мусаевым А.А., проводились при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (№№20-08-01046), в рамках бюджетной темы FFZF-2022-0004. Исследования Григорьева Д.А. проведены при частичной финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 20-78-10113).*

*Также авторы благодарят участников семинара Центра эконометрики и бизнес аналитики СПбГУ за практические замечания к данной работе.*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кендалл М., Стьюарт А.** Теория распределений /Пер. с англ. Под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Наука, 1966. 588 с.
2. **Кендалл М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи /Пер. с англ. Под ред. А. Н. Колмогорова. - М.: Наука, 1973. 900с.
3. **Рао С.Р.** Линейные статистические методы / Пер. с англ. под ред. Ю.В. Линника. М.: Наука, 1968. 548с.
4. **Peters E.E.** Chaos and Order in the Capital Markets: a New View of Cycles, Prices, and Market Volatility, 2nd ed.; John Wiley & Sons: NY, USA, 1996; 288p.
5. **Gregory-Williams J., Williams B.M.** Trading Chaos: Maximize Profits with Proven Technical Techniques, 2nd ed.; John Wiley & Sons: NY, USA, 2004; 251p.
6. **Smith, L.** Chaos: A Very Short Introduction; Oxford University Press: Oxford, UK, 2007; 180p.
7. **Musaev A.A.** Quod est veritas. Views transformation at a system component of observable process. Informatics and Automation (SPIIRAS Proceedings) 2010, 15, pp. 53–74.
8. **Musaev A.A.** Modeling of trading assets quotations. Informatics and Automation (SPIIRAS Proceedings) 2011, 17, pp. 5–32.
9. **Юсупов Р.М., Мусаев А.А.** Особенности оценивания эффективности информационных систем и технологий. *Труды СПИРАН*. 2017. Вып. 2 (51). С. 5-34.
10. **Юсупов Р.М., Мусаев А.А., Григорьев Д.А.** Оценка эффективности статистических методов прогнозирования в условиях динамического хаоса. *IV Международная научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2021): Сборник докладов*. Санкт-Петербург. 21–23 сентября, 2021 г. – Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2021. – С. 223-226.
11. **Кашьяп Р.Л., Рао А.Р.** Построение динамических моделей по экспериментальным данным / Пер. с англ. М.: Наука, 1983. 384с.
12. **Musaev A., Makshanov A., Grigoriev D.** Forecasting Multivariate Chaotic Processes with Precedent Analysis. *Computation* 2021, 9, 110.
13. **Musaev A., Makshanov A., Grigoriev D.** Numerical Studies of Statistical Management Decisions in Conditions of Stochastic Chaos. *Mathematics* 2022, 10(2), 226.
14. **Мусаев А.А., Григорьев Д.А.** Формализованная постановка и краткий обзор технологий извлечения знаний из текстовых документов в задачах управления финансовыми активами. *Техника и технология современных производств*. 2021. С. 129-139.

A.A.Musaev, (St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg), D.A.Grigoriev (Saint Petersburg State University, St. Petersburg)

**Evaluation of the quality of prediction of non-stationary process using proactive control efficiency indicators**

This methodical article is devoted to the analysis of the efficiency of predicting non-stationary processes through terminal indicators of control quality under conditions of dynamic chaos, which is typical for unstable immersion environments. A fundamental difference between the properties of observation series of chaotic processes and probabilistic descriptions of traditional models based on the statistical paradigm is shown. An additive model with a chaotic system component and non-stationary noise is considered, which most adequately describes the series of observations considered in the paper. A method to evaluate the quality of statistical forecasts under conditions of chaotic dynamics of the observed processes is proposed.